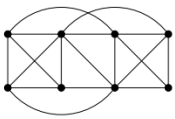
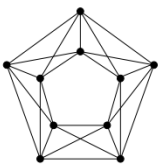
Le petit contrôle pour le TD6

1 Problèmes

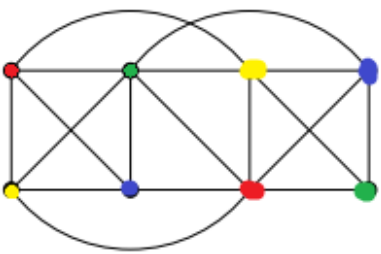
Trouver le nombre chromatique des graphes suivants :



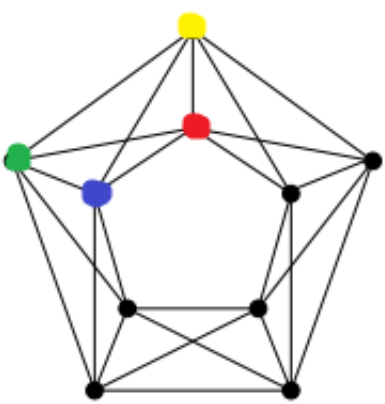


Problème 1.

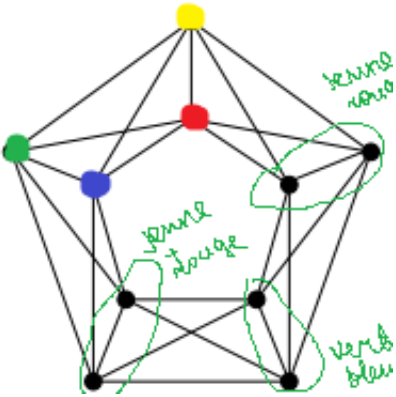
Solution. Dans le premiere graphe il y a une sub-graphe complet à 4 sommets, alors il nous faut au minimum 4 couleurs.



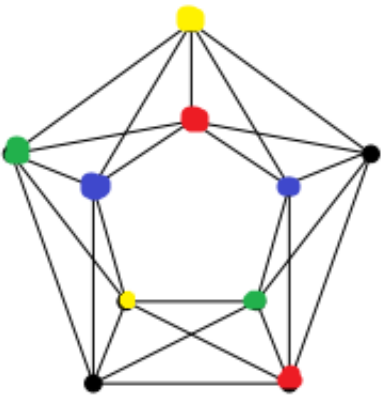
Dans le deuxieme graphe il y a une sub-graphe complet à 4 sommets, alors il nous faut au minimum 4 couleurs.



Alors, s'il y a 4 couleurs, on obtient contradiction :



Et la solution pour 5 couleurs:



□

Problème 2. Un DAG (directed acyclic graph) G est donné, dans lequel on distingue deux sommets x et y. Il est facile de voir qu'il n'y a alors qu'un nombre fini de chemins différents de x à y (en particulier, il se peut qu'il n'y en ait pas du tout). Indique le nombre de chemins différents de x à y par $p(x, y)$. Prouvez le théorème simple suivant.

Théorème 1. Soit G un graphe orienté sans cycles, x, y et z sont trois sommets de ce graphe. Alors le nombre de chemins de x à y passant par z est $p(x, z) \cdot p(z, y)$. En particulier, si tous les chemins de x à y passent par z, alors $p(x, y) = p(x, z) \cdot p(z, y)$.

Solution. Pour aller de x à y passent par z, il y a deux parties de route. Pour premiere route il y a $p(x, z)$ chemins, pour la deuxieme il y a $p(z, y)$ chemins. Alors, pour chaque premiere partie de route il y a $p(z, y)$ possibilités de choisir la deuxieme partie. Il y a $p(x, z)$ possibilités de choisir la premiere partie, alors en totale il y a $p(x, z) \cdot p(z, y)$ possibilités.

$\square$